



e-ISSN: 2319-8753 | p-ISSN: 2320-6710

IJRSET

International Journal of Innovative Research in
SCIENCE | ENGINEERING | TECHNOLOGY

INTERNATIONAL JOURNAL OF INNOVATIVE RESEARCH

IN SCIENCE | ENGINEERING | TECHNOLOGY

Volume 10, Issue 6, June 2021

ISSN INTERNATIONAL
STANDARD
SERIAL
NUMBER
INDIA

Impact Factor: 7.512

9940 572 462

6381 907 438

ijirset@gmail.com

www.ijirset.com

УРАВНЕНИЕ ПЕЛЛА

Рузикулова Шаноза Ахмедовна

Навоийский государственный педагогический институт, студент

Аннотация. В этой статье $x^2 - ay^2 = d$, $a, d, c \in \mathbb{Z}$, $d \neq c^2$ приведена совокупность решений уравнения неопределенного вида.

Ключевые слова. Уравнение Пелла, решения уравнения Пелла, целые решения уравнения

Вопросы о целых решениях неопределенного уравнения являются одной из первых проблем теории чисел. Вопрос о решениях уравнения Пелла первоначально был поставлен в [2]. Решения таких вопросов даются разными авторами по-разному. Найдутся и те, кто скажет, Можно ли объяснить их содержание простым обоснованием. Мы также упомянули статью, связанную с этим вопросом (В.Сендров. Уравнение Пелла. Физико-математический и информатический научно-методический журнал выпуск 3 т. 2005г.) приведем его решения в полном объеме. Написав уравнение, мы спрашиваем, имеет ли оно целые решения. вы видите, что проблема возникла. Если уравнение получено "на всякий случай", то этот вопрос может оказаться очень сложным (или вообще неразрешимым), главное, чтобы этот вопрос никому не был интересен. Существуют такие уравнения, знакомство с которыми, их изучение будет очень полезно любому человеку, интересующемуся математикой. Одним из таких уравнений является уравнение Пелла.

$$\text{Это } x^2 - dy^2 = 1$$

уравнение и называется уравнением Пелла. Где d -натуральное число, неравное квадрату какого-либо числа. Почему d -натуральное число, неравное квадрату какого-либо числа? Потому что, если $d = a^2$ если, то

$$x^2 - a^2 y^2 = 1$$

левая часть уравнения двукратно расходятся и уравнение

$$(x - ay)(x + ay) = 1$$

приходит взгляд. 1 можно описать как произведение двух целых чисел двумя способами:

$$1 \cdot 1, -1 \cdot (-1).$$

В первом случае x и $y = 0$ происхождения.

Во втором случае $x - ay = -1$ и $x + ay = -1$ среди них $x = -1$ и $y = 0$ происхождения.

Итак, если $d = a^2$ если, то $x^2 - dy^2 = 1$ так как уравнение легко решается.

Для этого мы не использовали ничего особенного, просто разделили вычитание квадратов на множители, вот и все. Реальные интересные случаи, поразительно-завораживающие рассуждения возникают, когда d -число неравное квадрату.

Уравнение Пелла можно исследовать с разных точек зрения. В таких исследованиях ученик 7 класса тоже может что-то понять.

Также эти уравнения не только интересны для студента механико-математического факультета МГУ, но и считаются очень важными для математики. Ведь 10-я задача Гильберта, поставленная в 1900 году на Международном математическом конгрессе, в 1970 году Ю.Всем известно, что математик все же решают именно такие уравнения, как уравнение Пелла.

В этой статье рассматриваются серьезные и сложные теоремы и задачи, связанные с этими замечательными уравнениями, а также самые простые свойства решений уравнений Пелла.

$$x^2 - 2y^2 = \pm 1 \text{ уравнение}$$

Это $x^2 - 2y^2 = \pm 1$ пусть дано уравнение вида. При этом в правой части уравнения стоит не 1 ± 1 , в этом случае легко понять закономерности, о которых пойдет речь ниже и которые будут выведены.

Найдем несколько решений уравнения, построив его на месте: $(x; y) = (1; 0), (1; 1)$ и $(3; 2)$. продолжая расчеты, можно составить следующую таблицу:



X	1	1	3	7	17	41	99	239
Y	0	1	2	5	12	29	70	169
X^2-2y^2	1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1

Привнимательно рассмотрении этой таблицы можно заметить, что значения в каждом столбце формируются по более простому правилу, чем предыдущий: значение "новый" равно сумме значений "старый" и "новый", а значение "новый" равно сумме значений "старый" и "новый". Точнее сказать

$$X = x + 2y, \quad Y = y + x$$

формула уместна.

Конечно, нам трудно поверить, что эти формулы, основанные на нескольких исходных решениях в таблице, справедливы для всех решений уравнения Пелла. Поэтому мы должны доказать следующее утверждение.

Теорема 1. Если x и y $x^2 - 2y^2 = \pm 1$ если уравнение удовлетворяет, то $(x; y) = (x + 2y; x + y)$ пары чисел $x^2 - 2y^2 = \pm 1$ удовлетворяет равенство.

Результат. $x^2 - 2y^2 = \pm 1$ уравнение имеет бесконечно количество решений на множестве натуральных чисел.

Теорема 2. $x^2 - 2y^2 = \pm 1$ из решения уравнения $(1; 0)$, которое считается "самым простым" $(x; y) \rightarrow (x + 2y; x + y)$ нет целых положительных решений, кроме решений, которые можно получить с помощью правила. Доказательство теоремы 1 простое: достаточно вместо x и y поставить значения X и Y . То есть,

$$(x + 2y)^2 - 2(x + y)^2 = x^2 + 4xy + 4y^2 - 2(x^2 + 2xy + y^2) = 2y^2 - x^2 = -(x^2 - 2y^2)$$

Кроме того, если $x^2 - 2y^2 = \pm 1$ если, то $x^2 - 2y^2 = \pm 1$ приходится быть полученным.

Таким образом, теорема 1 была доказана, и мы использовали "старые" решения мы научились находить "новые" решения. Теперь остановимся на теореме 2. Его хотя доказательство не так сложно, просто, не говоря уже о требовании использовать идеи, которые считаются очень важными, а не идею делает. Поэтому мы вернемся к его доказательству позже, а пока Пелла как использовать иррациональные числа для решения уравнения мнения разделились.

Упражнения. 1. Первые члены $x_0=1, u_0=0$ был и $x_{n+1} = x_n + 2u_n$ биография $y_{n+1} = x_n + y_n$ определяется рекуррентными соотношениями $x_0 = 1, x_1 = 1, x_2 = 3, x_3 = 7, x_4 = 17, \dots$ and $y_0 = 0, y_1 = 1, y_2 = 2, y_3 = 5, y_4 = 12, \dots$ даны последовательности. Это $x_{n+2} = 2x_{n+1} + x_n$ va $y_{n+2} = 2y_{n+1} + y_n$ докажите, что соотношения будут уместными.

2. По правилу современного танца игрок должен сделать в одном движении или шаг вперед, или два шага вперед и сразу шаг назад. Сколько раз разными способами игрок, совершив несколько таких движений, сдвинется на 7 шагов от своего первоначального положения?

Список литературы

1. М.Исраилов "основы теории чисел" т."Учитель" 2005г
 2. I.M.Виноградов "основы теории чисел" М. Наука 1982г



INNO  **SPACE**
SJIF Scientific Journal Impact Factor

Impact Factor:
7.512

ISSN INTERNATIONAL
STANDARD
SERIAL
NUMBER
INDIA



INTERNATIONAL JOURNAL OF INNOVATIVE RESEARCH

IN SCIENCE | ENGINEERING | TECHNOLOGY

 **9940 572 462**  **6381 907 438**  **ijirset@gmail.com**



www.ijirset.com

Scan to save the contact details